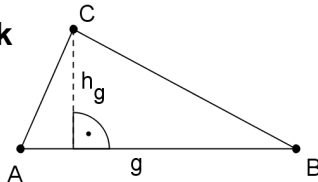

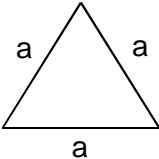
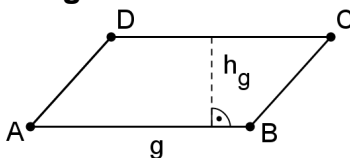
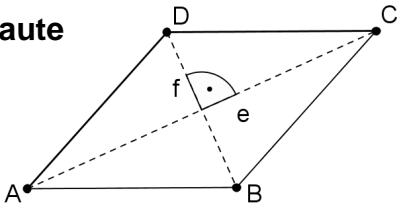
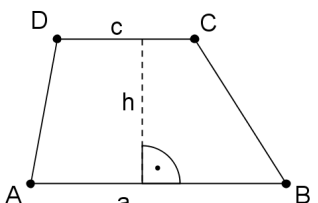
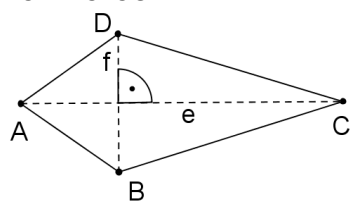
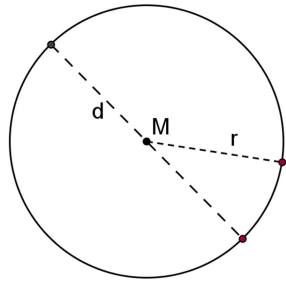
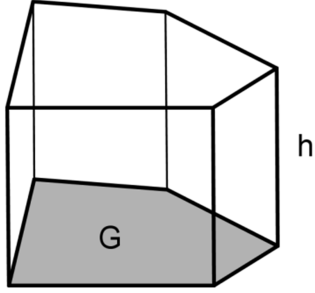
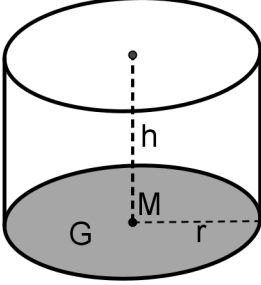
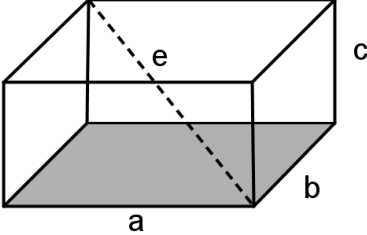
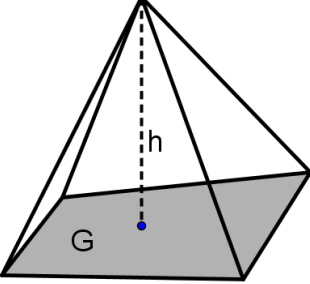
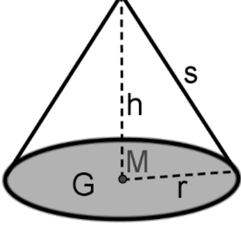
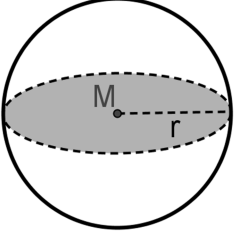


**Ebene Figuren**

<p><b>Dreieck</b></p> 		<p>Flächeninhalt:  <math>A = \frac{1}{2} g \cdot h_g</math></p>
<p><b>gleichschenkliges Dreieck</b></p> 	<p>Mindestens zwei Seiten sind gleich lang.</p>	
<p><b>gleichseitiges Dreieck</b></p> 	<p>Alle drei Seiten sind gleich lang.</p>	<p>Flächeninhalt:  <math>A = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2</math></p>
<p><b>Parallelogramm</b></p> 	<p>Gegenüberliegende Seiten sind jeweils parallel.</p>	<p>Flächeninhalt:  <math>A = g \cdot h_g</math></p>
<p><b>Raute</b></p> 	<p>Alle vier Seiten sind gleich lang.</p>	<p>Flächeninhalt: <math>A = \frac{1}{2} e \cdot f</math></p>
<p><b>Trapez</b></p> 	<p>Mindestens zwei gegenüberliegende Seiten sind parallel.</p>	<p>Flächeninhalt:  <math>A = \frac{a+c}{2} \cdot h</math></p>
<p><b>Drachenviereck</b></p> 	<p>Mindestens eine Diagonale ist Symmetrieachse.</p>	<p>Flächeninhalt: <math>A = \frac{1}{2} e \cdot f</math></p>
<p><b>Kreis</b></p> 		<p>Umfang: <math>u = 2\pi \cdot r = \pi \cdot d</math>                  Flächeninhalt: <math>A = \pi \cdot r^2</math></p>

**Körperberechnungen**

<p><b>Prisma</b></p> 	<p>Volumen: <math>V = G \cdot h</math></p>
<p><b>Zylinder</b></p> 	<p>Volumen: <math>V = G \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h</math>                  Flächeninhalt der Mantelfläche: <math>M = 2\pi \cdot r \cdot h</math></p>
<p><b>Quader</b></p> 	<p>Volumen: <math>V = a \cdot b \cdot c</math>                  Länge der Raumdiagonalen: <math>e = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}</math></p>
<p><b>Pyramide</b></p> 	<p>Volumen: <math>V = \frac{1}{3} G \cdot h</math></p>
<p><b>Kegel</b></p> 	<p>Volumen: <math>V = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h</math>                  Flächeninhalt der Mantelfläche: <math>M = \pi \cdot r \cdot s</math></p>
<p><b>Kugel</b></p> 	<p>Volumen: <math>V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3</math>                  Oberflächeninhalt: <math>O = 4\pi \cdot r^2</math></p>

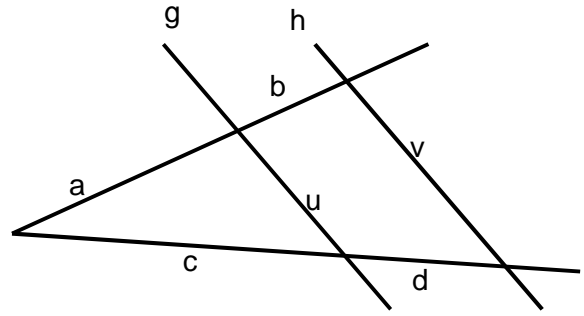
**Elementargeometrie**

**Strahlensätze**

Falls  $g \parallel h$ , gilt:

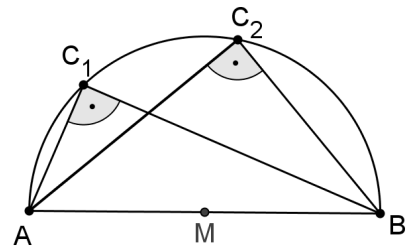
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}; \quad \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$$

$$\frac{a+b}{a} = \frac{v}{u}$$



**Winkelsummensatz** Die Summe der Innenwinkel im Dreieck beträgt  $180^\circ$ .

**Satz des Thales** Liegt C auf dem Halbkreis über AB, so ist der Winkel bei C ein rechter Winkel.

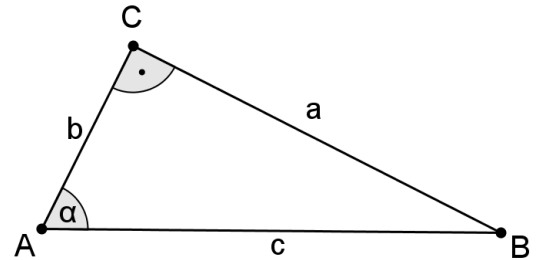


**Rechtwinkliges Dreieck**

**Satz des Pythagoras**  $a^2 + b^2 = c^2$

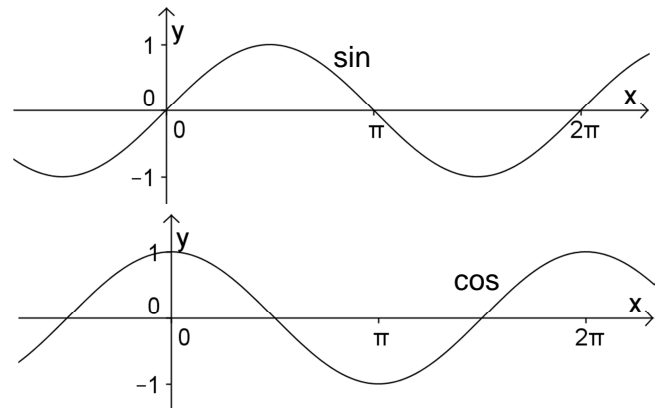
**Trigonometrie**  $\sin \alpha = \frac{a}{c}$ ,  $\cos \alpha = \frac{b}{c}$ ,  $\tan \alpha = \frac{a}{b}$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \quad (\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1$$



**Winkelfunktionen**

Gradmaß $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
Bogenmaß $x$	0	$\frac{1}{6}\pi$	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{3}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
cos	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0



**Potenzen und Logarithmen**

**Potenzen**

$$x^0 = 1$$

$$x^{-a} = \frac{1}{x^a}$$

$$\frac{1}{x^n} = \sqrt[n]{x}$$

$$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$$

$$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$$

$$(x^a)^b = x^{ab}$$

$$x^a \cdot y^a = (xy)^a$$

$$\frac{x^a}{y^a} = \left(\frac{x}{y}\right)^a$$

**Logarithmen**

$$\log_a(b) = \frac{\ln(b)}{\ln(a)}$$

$$\log_a(1) = 0$$

$$\log_a(b^x) = x \cdot \log_a(b)$$

$$\log_a\left(\frac{1}{b}\right) = -\log_a(b)$$

**Terme und Gleichungen**

**Binomische Formeln**  $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$   $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

**Quadratische Gleichung**  $x^2 + px + q = 0$   $x_{1;2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

$ax^2 + bx + c = 0$   $x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

**Potenzgleichungen**  $x^n = a \ (a > 0)$  falls n gerade:  $x_{1;2} = \pm \sqrt[n]{a}$   
 falls n ungerade:  $x = \sqrt[n]{a}$   
 $x^n = a \ (a < 0)$  falls n ungerade:  $x_{1;2} = -\sqrt[n]{-a}$

**Exponentialgleichungen**  $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a(b) \ (a, b > 0)$

**Geraden in der Ebene**

**Hauptform**  $y = mx + c$

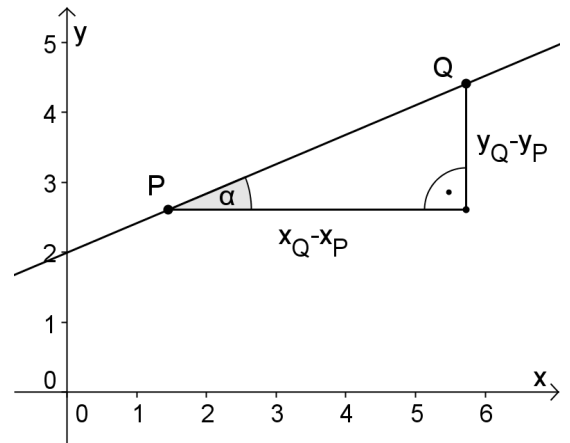
**Steigung**  $m = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}$

**Punktsteigungsform**  $y = m \cdot (x - x_Q) + y_Q$

**Parallele zur y-Achse**  $x = u$

**Steigungswinkel  $\alpha$**   $m = \tan \alpha$

**Orthogonalität**  $m_g \cdot m_h = -1 \Rightarrow g \perp h$



**Ableitungen**

Ableitungsregel	$f(x)$	$f'(x)$
<b>Summenregel</b>	$g(x) + h(x)$	$g'(x) + h'(x)$
<b>Faktorregel</b>	$c \cdot g(x)$	$c \cdot g'(x)$
<b>Potenzregel</b>	$x^r$	$r \cdot x^{r-1}$
<b>Produktregel</b>	$u(x) \cdot v(x)$	$u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$
<b>Kettenregel</b>	$u(v(x))$	$u'(v(x)) \cdot v'(x)$

**Spezielle Ableitungen**

$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$   $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$   $(\sin x)' = \cos x$   $(\cos x)' = -\sin x$   $(e^x)' = e^x$

**Untersuchung von Funktionen und Graphen**

**Symmetrie** Achsensymmetrie zur y-Achse  $\Leftrightarrow f(-x) = f(x)$  für alle  $x$   
 Punktsymmetrie zum Ursprung  $\Leftrightarrow f(-x) = -f(x)$  für alle  $x$

**Spiegelung** an der x-Achse:  $y = -f(x)$   
 an der y-Achse:  $y = f(-x)$

**Verschiebung** um  $c$  in x-Richtung:  $y = f(x - c)$   
 um  $d$  in y-Richtung:  $y = f(x) + d$

**Streckung** mit Faktor  $\frac{1}{b}$  in x-Richtung:  $y = f(b \cdot x)$   
 mit Faktor  $a$  in y-Richtung:  $y = a \cdot f(x)$

**Monotonie**  $f'(x) > 0$  für alle  $x \in I \Rightarrow f$  streng monoton wachsend auf  $I$   
 $f'(x) < 0$  für alle  $x \in I \Rightarrow f$  streng monoton fallend auf  $I$

**Hochpunkt**  $f'(x_0) = 0$  und Vorzeichenwechsel "+ nach -" von  $f'$  bei  $x_0$   
 oder  $f'(x_0) = 0$  und  $f''(x_0) < 0$

**Tiefpunkt**  $f'(x_0) = 0$  und Vorzeichenwechsel "- nach +" von  $f'$  bei  $x_0$   
 oder  $f'(x_0) = 0$  und  $f''(x_0) > 0$

**Wendepunkt**  $f''(x_0) = 0$  und Vorzeichenwechsel von  $f''$  bei  $x_0$   
 oder  $f''(x_0) = 0$  und  $f'''(x_0) \neq 0$

**Tangente** Steigung  $m_t = f'(u)$   $y = f'(u)(x - u) + f(u)$

**Normale** Steigung  $m_n = \frac{-1}{f'(u)}$   $y = \frac{-1}{f'(u)}(x - u) + f(u)$

**allgemeine Sinusfunktion**

$f(x) = a \cdot \sin(b(x - c)) + d$  (Amplitude  $|a|$ , Periode  $\frac{2\pi}{b}$ )

**Integralrechnung**

**Integralfunktion**  $I_a(x) = \int_a^x f(u) du$

**Hauptsatz**  $I_a'(x) = f(x)$

$$\int_a^b f(x) dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

**Bestandsfunktion**  $F(t) = F(t_0) + \int_{t_0}^t f(x) dx$

**Mittelwert**  $m = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$

**Volumen eines Rotationskörpers**  $V = \pi \cdot \int_a^b (f(x))^2 dx$

**Stammfunktionen**

Regel	Funktion	Stammfunktion
<b>Summenregel</b>	$f(x) + g(x)$	$F(x) + G(x)$
<b>Faktorregel</b>	$k \cdot f(x)$	$k \cdot F(x)$
<b>Lineare Verkettung</b>	$f(ax+b)$	$\frac{1}{a} \cdot F(ax+b)$
<b>Spezialfälle</b>	$x^r \quad (r \neq -1)$	$\frac{1}{r+1} \cdot x^{r+1}$
	$\frac{1}{x} \quad (x > 0)$	$\ln(x)$
	$\sin x$	$-\cos x$
	$\cos x$	$\sin x$
	$e^x$	$e^x$

**Wachstumsfunktionen**

	Differenzialgleichung	Funktionsterm
<b>linear</b>	$f'(t) = k$	$f(t) = k \cdot t + c$
<b>exponentiell</b>	$f'(t) = k \cdot f(t)$	$f(t) = a \cdot e^{k \cdot t}$
<b>beschränkt</b>	$f'(t) = k \cdot (S - f(t))$	$f(t) = S - a \cdot e^{-k \cdot t}$

**Analytische Geometrie**

**Mittelpunkt der Strecke AB**

$$M \left( \frac{a_1 + b_1}{2} \mid \frac{a_2 + b_2}{2} \mid \frac{a_3 + b_3}{2} \right)$$

**Betrag eines Vektors**

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

**Einheitsvektor**

$$\vec{a}_0 = \frac{1}{|\vec{a}|} \cdot \vec{a}$$

**Skalarprodukt**

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi$$

**Winkel zwischen zwei Vektoren**

$$\cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

**Orthogonalität**

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

**Geradengleichung**

$$g: \vec{x} = \vec{p} + r \cdot \vec{u}$$

**Ebenengleichungen**

Parameterform

$$E: \vec{x} = \vec{p} + r \cdot \vec{u} + s \cdot \vec{v}$$

Normalenform

$$E: (\vec{x} - \vec{p}) \cdot \vec{n} = 0$$

Koordinatenform

$$E: a x_1 + b x_2 + c x_3 = d$$

**Schnittwinkel**

Gerade – Gerade

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|}$$

Gerade – Ebene

$$\sin \varphi = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|}$$

Ebene – Ebene

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$$

**Abstandsberechnungen**

Punkt – Punkt

$$d(A;B) = |\overline{AB}| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2}$$

Punkt – Ebene

$$\text{HNF von E: } (\vec{x} - \vec{p}) \cdot \vec{n}_0 = 0 \quad \text{bzw.} \quad \frac{a x_1 + b x_2 + c x_3 - d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = 0$$

$$d(Q;E) = \left| (\vec{q} - \vec{p}) \cdot \vec{n}_0 \right| \quad \text{bzw.} \quad d(Q;E) = \left| \frac{a q_1 + b q_2 + c q_3 - d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \right|$$

**Windschiefe Geraden**

$$g: \vec{x} = \vec{p} + r \cdot \vec{u} \quad ; \quad h: \vec{x} = \vec{q} + s \cdot \vec{v}$$

$$d(g;h) = \left| (\vec{q} - \vec{p}) \cdot \vec{n}_0 \right|, \text{ wobei } \vec{n}_0 \perp \vec{u} \text{ und } \vec{n}_0 \perp \vec{v}$$

**Wahrscheinlichkeit**

**Gegenereignis**  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

**Additionssatz**  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

**Spezieller Multiplikationssatz**  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$  A,B unabhängig

**Pfadregeln für Baumdiagramme**

Die Wahrscheinlichkeiten längs eines Pfades werden multipliziert.

Die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Pfade werden addiert.

**Erwartungswert einer Zufallsvariable** X mit den Werten  $x_1, x_2, \dots, x_n$ :

$$E(X) = x_1 \cdot P(X = x_1) + x_2 \cdot P(X = x_2) + \dots + x_n \cdot P(X = x_n)$$

**Binomialverteilung:**

**Formel von Bernoulli**  $P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

**Erwartungswert**  $E(X) = n \cdot p$

**Statistische Tests**

Beim Testen einer Hypothese  $H_0$  können folgende Fehler auftreten:

	$H_0$ ist wahr	$H_0$ ist falsch
$H_0$ wird verworfen	Fehler 1. Art	richtige Entscheidung
$H_0$ wird nicht verworfen	richtige Entscheidung	Fehler 2. Art

Als **Signifikanzniveau  $\alpha$**  bezeichnet man den Wert, den die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 1. Art nicht überschreiten darf.

**Einseitiger Signifikanztest**

	Nullhypothese $H_0$	Gegenhypothese $H_1$	Ablehnungsbereich
linksseitiger Test	$p \geq p_0$	$p < p_0$	$\{0; 1; \dots; g\}$
rechtsseitiger Test	$p \leq p_0$	$p > p_0$	$\{g; g + 1; \dots; n\}$

**Hinweis:**

Die Merkhilfe stellt keine Formelsammlung im klassischen Sinn dar. Bezeichnungen werden nicht erklärt und Voraussetzungen für die Gültigkeit der Formeln in der Regel nicht dargestellt.